

Concours général des lycées

Composition de physique-chimie

Correction (session 2022)

par **Nicolas ESTRAMPES**
Lycée international Charles de Gaulle - 21000 Dijon
nicolas.estrampes@ac-dijon.fr

CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES

SESSION 2022

PHYSIQUE-CHIMIE

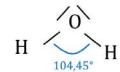
(Classes de terminale voie générale spécialité physique-chimie)

Durée : 5 heures

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.*

Partie I – Propriétés et structure de la glace

1. La représentation de Lewis de la molécule d'eau est la suivante : $\text{H} - \overline{\text{O}} - \text{H}$

2. La molécule d'eau est une molécule coudée, dont la représentation géométrique est la suivante : 

3. On peut lire les électronégativités des éléments dans le tableau périodique fourni.

On a : $E(\text{H}) = 2,20$ et $E(\text{O}) = 3,44$. D'où : $\Delta E = 1,24$.

La différence d'électronégativité étant supérieure à 0,4 la liaison O – H est polarisée.

La molécule ne possède pas de symétrie centrale (juste une symétrie axiale), la molécule d'eau est donc polarisée.

4. L'interaction stabilisante responsable de la cohésion de la glace est la liaison hydrogène.

5. La maille contient 8 atomes d'oxygène aux sommets de la maille. Ils comptent pour un huitième : $8 \times \frac{1}{8} = 1$ atome.

La maille contient 6 atomes d'oxygène sur les faces de la maille. Ils comptent pour un demi : $6 \times \frac{1}{2} = 3$ atomes.

La maille contient 4 atomes d'oxygène dans la maille. Ils comptent pour un entier : $4 \times 1 = 4$ atomes.

Au total il y a donc $1 + 3 + 4 = 8$ atomes d'oxygène dans la maille.

6. La masse volumique de la glace est la même que celle de la maille : $\rho_{\text{glace}} = \frac{m_{\text{molécules}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{8 \cdot m_{\text{eau}}^*}{V_{\text{maille}}} = \frac{8 \cdot M_O + 16 \cdot M_H}{N_A \cdot a^3}$.

AN. $\rho_{\text{glace}} = \frac{8 \times 15,999 + 16 \times 1,0079}{6,02 \cdot 10^{23} \times (635,8 \cdot 10^{-12})^3} = 9,31 \cdot 10^5 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3} = 0,931 \text{ t} \cdot \text{m}^{-3}$.

Partie II – Les conséquences du réchauffement climatique

7. L'Arctique est un puits de dioxyde de carbone. Le réchauffement climatique entraîne la diminution de la couverture de glace de l'Arctique par sa fonte, et ainsi à une augmentation du dioxyde de carbone dans l'océan polaire.

8. L'ion hydrogénocarbonate est :

- une base dans le couple $\text{CO}_{2 \text{ (aq)}} / \text{HCO}_{3 \text{ (aq)}^-}$;
- un acide dans le couple $\text{HCO}_{3 \text{ (aq)}^-} / \text{CO}_{3 \text{ (aq)}^{2-}}$.

L'ion hydrogénocarbonate est à la fois une base et un acide, c'est donc une espèce amphotère.

9. La relation entre le pH d'une solution aqueuse et la concentration en ions oxonium est la suivante :

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^{\text{(aq)}}]}{c^0}\right) \text{ où } c^0 = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ est la concentration standard.}$$

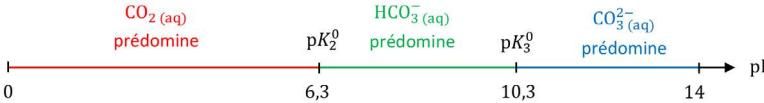
10. On s'intéresse à la réaction (2) : $\text{CO}_2(\text{aq}) + 2 \text{H}_2\text{O}(\ell) = \text{HCO}_3^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$.

La constante de réaction de cette réaction est : $K_2^0 = \frac{a(\text{HCO}_3^-(\text{aq})) \cdot a(\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}))}{a(\text{CO}_2(\text{aq})) \cdot a(\text{H}_2\text{O}(\ell))^2} = \frac{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}{[\text{CO}_2(\text{aq})] \cdot c^0}$.

D'où : $\frac{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}{c^0} = \frac{[\text{CO}_2(\text{aq})]}{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] \cdot K_2^0}$.

D'où : $\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}{c^0}\right) = -\log\left(\frac{[\text{CO}_2(\text{aq})]}{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] \cdot K_2^0}\right) = \text{p}K_2^0 + \log\left(\frac{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})]}{[\text{CO}_2(\text{aq})]}\right)$.

11. On réalise le diagramme de prédominance demandé.



12. La dissolution du dioxyde de carbone dans l'océan entraîne la production d'ions oxonium $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$. Il va donc y avoir une acidification des océans.

13. L'eau initialement neutre a un pH valant 7.

D'après le diagramme de prédominance réalisé dans la question 11, on voit que l'espèce minoritaire est l'ion carbonate $\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$.

14. Une solution tampon est une solution dont le pH est fixe par dilution modérée ou par ajout modéré d'espèces acido-basiques.

15. La constante de réaction de la réaction (1) : $K_1^0 = \frac{a(\text{CO}_2(\text{aq}))}{a(\text{CO}_2(\text{g}))} = \frac{[\text{CO}_2(\text{aq})] \cdot P^0}{c^0 \cdot P_{\text{CO}_2}}$.

La constante de réaction de la réaction (2) : $K_2^0 = \frac{a(\text{HCO}_3^-(\text{aq})) \cdot a(\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}))}{a(\text{CO}_2(\text{aq})) \cdot a(\text{H}_2\text{O}(\ell))^2} = \frac{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}{[\text{CO}_2(\text{aq})] \cdot c^0}$.

La constante de réaction de la réaction (3) : $K_3^0 = \frac{a(\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})) \cdot a(\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}))}{a(\text{HCO}_3^-(\text{aq})) \cdot a(\text{H}_2\text{O}(\ell))} = \frac{[\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] \cdot c^0}$.

On en déduit les expressions des concentrations des différentes formes du dioxyde de carbone dissous.

On a : $[\text{CO}_2(\text{aq})] = \frac{K_1^0 c^0 P_{\text{CO}_2}}{P^0}$; $[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] = \frac{K_2^0 c^0 [\text{CO}_2(\text{aq})]}{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}$ et $[\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})] = \frac{K_3^0 c^0 [\text{HCO}_3^-(\text{aq})]}{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}$.

On réinjecte les expressions pour ne conserver que les constantes du problème.

On a : $[\text{CO}_2(\text{aq})] = \frac{K_1^0 c^0 P_{\text{CO}_2}}{P^0}$; $[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] = \frac{K_2^0 K_3^0 c^0 P_{\text{CO}_2}}{P^0 [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}$ et $[\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})] = \frac{K_1^0 K_2^0 K_3^0 c^0 P_{\text{CO}_2}}{P^0 [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]^2}$.

D'où l'expression demandée : $C_t = \frac{K_1^0 c^0 P_{\text{CO}_2}}{P^0} \left(1 + \frac{K_2^0 c^0}{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]} + \frac{K_2^0 K_3^0 c^0}{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]^2} \right)$.

Lorsque le pH augmente, la concentration en ion oxonium $[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]$ diminue. On a alors la concentration C_t qui augmente également. Ceci est bien cohérent avec la courbe $\log \frac{C_t}{c^0} = f(\text{pH})$ qui est bien croissante.

16. La quantité totale de carbone inorganique C_t est d'autant plus grande que $\log \frac{C_t}{C_0}$ est grande. Cela correspond donc à un pH d'autant plus grand qu'il est supérieur à 6.

L'acidification des océans correspond à une diminution du pH et donc à une diminution du stockage du carbone dans les océans.

17. La vie marine est dépendante du pH des océans, notamment tous les animaux marins utilisant le calcaire pour leur coquille. La diminution du pH va donc diminuer la biodiversité océanique.

18. Pour le pH = 8,1, on lit graphiquement la valeur $\log \frac{C_t}{C_0} = -3,1$.

On en déduit : $C_t = C_0 \cdot 10^{-3,1} = 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Cette concentration correspond à la quantité de matière des trois espèces $\text{CO}_2 \text{ (aq)}$, $\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$, $\text{CO}_3^{2-} \text{ (aq)}$. Chacune d'elle ne contient d'un seul atome de carbone.

La concentration C_t correspond également à la quantité de matière d'atomes de carbone.

La concentration en masse de carbone est donc : $C_C = C_t \cdot M_C = 7,9 \cdot 10^{-4} \times 12,0 = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 9,5 \text{ mg}$.

Dans un litre d'eau de mer au pH = 8,1 il y a donc 9,5 mg de carbone inorganique.

Partie III – Fonte des glaces et élévation du niveau des océans

19. Le volume de l'inlandsis du Groenland est : $V_{\text{IG}} = L_{\text{IG}} \ell_{\text{IG}} e_{\text{IGmoy}}$.

Ainsi la masse correspondante est : $m_{\text{IG}} = \rho_{\text{glace}} V_{\text{IG}} = \rho_{\text{glace}} L_{\text{IG}} \ell_{\text{IG}} e_{\text{IGmoy}}$.

$$\text{AN. } m_{\text{IG}} = 0,91 \times 2,4 \cdot 10^6 \times 1,0 \cdot 10^6 \times 2,1 \cdot 10^3 = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ t.}$$

La masse de l'inlandsis de l'Antarctique est : $m_{\text{IA}} = \rho_{\text{glace}} V_{\text{IA}} = \rho_{\text{glace}} S_{\text{IA}} e_{\text{IAmoy}}$.

$$\text{AN. } m_{\text{IA}} = 0,91 \times 14 \cdot 10^{12} \times 2,0 \cdot 10^3 = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ t.}$$

Le rapport des deux masses est donc : $r = \frac{m_{\text{IG}}}{m_{\text{IA}}} = \frac{4,6 \cdot 10^{15}}{2,5 \cdot 10^{16}} = 0,16 = 16 \text{ %}$.

Le document 4 indique un rapport de 10%. On ne retrouve pas la même valeur en raison de l'épaisseur de l'inlandsis de l'Antarctique qui n'est pas indiqué et dont on ne donne qu'une valeur minorée.

Problème par rapport au sujet qui indique une masse pour les deux IA et IG de 3 milliards de tonnes donc $3 \cdot 10^9 \text{ t}$. C'est très inférieur aux résultats trouvés dans la question.

20. La masse de neige est la même que la masse d'eau : $m_{\text{eau}} = m_{\text{neige}} = 2500 \cdot 10^9 \text{ t}$.

On peut en déduire le volume d'eau correspondant : $V_{\text{eau}} = \frac{m_{\text{eau}}}{\rho_{\text{eau}}}$.

On calcule la surface de la Terre en prenant en compte les 30% de terres émergées : $S_{\text{eau}} = 0,70 \times 4\pi R_{\text{Terre}}^2$.

On en déduit la hauteur d'eau : $h_{\text{eau}} = \frac{V_{\text{eau}}}{S_{\text{eau}}} = \frac{m_{\text{eau}}}{0,70 \times 4\pi R_{\text{Terre}}^2 \rho_{\text{eau}}}$.

$$\text{AN. } h_{\text{eau}} = \frac{2500 \cdot 10^9}{0,70 \times 4\pi \times (6,4 \cdot 10^6)^2 \times 1,0} = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6,9 \text{ mm.}$$

Le résultat obtenu est bien cohérent avec les 6,5 mm annoncés dans le document 4.

21. Les précipitations par an correspondent à $2500 \cdot 10^9$ tonnes d'eau.

Ainsi pour une année, on a montré dans la question précédente que la montée des eaux est de 6,9 mm.

Pour 12 000 ans, la montée des eaux devient alors $12 000 \times 6,9 \text{ mm} = 83 \text{ m}$.

On retrouve bien l'ordre de grandeur des 70 m indiqués dans le document 4.

22. On lit graphiquement les variations des volumes de glace pour les régions sud et nord.

On a : $\Delta V_{\text{Sud}} \sim 5 \cdot 10^2 \text{ km}^3$ et $\Delta V_{\text{Nord}} \sim 3 \cdot 10^2 \text{ km}^3$.

La variation totale est donc : $\Delta V_{\text{tot}} \sim 8 \cdot 10^2 \text{ km}^3$.

La variation de hauteur d'eau est donc : $\Delta h_{\text{eau}} = \frac{\Delta V_{\text{moy}}}{S_{\text{eau}}} = \frac{\Delta V_{\text{moy}}}{0,70 \times 4\pi R_{\text{Terre}}^2}$.

$$\underline{\text{AN. }} \Delta h_{\text{eau}} = \frac{8 \cdot 10^{11}}{0,70 \times 4\pi \times (6,4 \cdot 10^6)^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm.}$$

Ainsi l'élévation du niveau des océans due à la fonte de l'inlandsis du Groenland en quatre ans est d'environ 2 mm.

23. La norme de la poussée d'Archimède exercée par l'eau sur le glaçon s'exprime : $\Pi_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} V_{\text{g,im}} g$.

24. La norme de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur le glaçon s'exprime : $\Pi_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} V_{\text{g,ém}} g$.

25. On a $\rho_{\text{eau}} \gg \rho_{\text{air}}$, on peut alors imaginer que $\Pi_{\text{eau}} \gg \Pi_{\text{air}}$.

Dans ce cas la poussée d'Archimède exercée par l'air est négligeable devant celle exercée par l'eau, ce que l'on sait être vrai.

26. Le glaçon est soumis à trois forces :

- la poussée d'Archimède exercée par l'eau $\Pi_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} V_{\text{g,im}} g$;
- la poussée d'Archimède exercée par l'air $\Pi_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} V_{\text{g,ém}} g$;
- le poids du glaçon $P = \rho_{\text{g}} V_{\text{g}} g = \rho_{\text{g}} (V_{\text{g,im}} + V_{\text{g,ém}}) g$.

Le glaçon étant à l'équilibre, le principe d'inertie s'applique et on a : $P - \Pi_{\text{eau}} - \Pi_{\text{air}} = 0$.

On en déduit : $\rho_{\text{g}} (V_{\text{g,im}} + V_{\text{g,ém}}) g = \rho_{\text{eau}} V_{\text{g,im}} g + \rho_{\text{air}} V_{\text{g,ém}} g$.

D'où l'on extrait le rapport : $\frac{V_{\text{g,ém}}}{V_{\text{g,im}}} = \frac{\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{g}} - \rho_{\text{air}}} \simeq \frac{\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{g}}}$.

Ce qui donne finalement : $\frac{V_{\text{g,im}}}{V_{\text{g}}} = \frac{V_{\text{g,im}}}{V_{\text{g,im}} + V_{\text{g,ém}}} = \frac{1}{1 + \frac{V_{\text{g,ém}}}{V_{\text{g,im}}}} = \frac{1}{1 + \frac{\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{g}}}} = \frac{\rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{eau}}}$.

$$\underline{\text{AN. }} \frac{V_{\text{g,im}}}{V_{\text{g}}} = \frac{0,91}{1,0} = 0,91 = 91 \text{ %}.$$

Ainsi 91 % du glaçon est immergé et donc 9 % du glaçon est émergé.

Cela confirme bien que la partie immergée d'un iceberg est nettement plus importante que sa partie émergée.

27. On calcule le volume d'eau correspondant au glaçon une fois fondu.

On a : $V_{\text{eau}} = \frac{m_{\text{g}}}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{\rho_{\text{g}} V_{\text{g}}}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{\rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{eau}}} \times V_{\text{g,im}} \frac{\rho_{\text{eau}}}{\rho_{\text{g}}} = V_{\text{g,im}}$.

Ainsi une fois fondu, le glaçon prend le volume de sa partie immergée et l'interface liquide/air reste immobile.

On en déduit que la fonte des icebergs n'entraîne pas d'élévation du niveau des océans.

Cela est bien cohérent avec la première phrase du document 4 qui indique que ce sont les calottes polaires qui sont responsables de l'élévation des océans.

Remarque : les icebergs sont constitués d'eau de pluie, c'est-à-dire d'eau non minéralisée. Leur fonte entraîne donc une dilution de la concentration en sel localement, ce qui a un impact négatif sur les espèces marines.

Partie IV – Suivi satellitaire de la surface des calottes polaires

28. La troisième loi de Kepler s'écrit : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Terre}}$.

Pour le satellite Sentinel-1A, on peut donc écrire : $T_{S1A} = \sqrt{\frac{4\pi^2 a_{S1A}^3}{GM_{Terre}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_{Terre} + h_{S1A})^3}{GM_{Terre}}}$.

$$\text{AN. } T_{S1A} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times (6,4 \cdot 10^6 + 693 \cdot 10^3)^3}{6,7 \cdot 10^{-11} \times 6,0 \cdot 10^{24}}} = 5,9 \cdot 10^3 \text{ s} = 1,6 \text{ h.}$$

29. L'émetteur du radar émet une fréquence $f = 5,3 \text{ GHz}$.

On calcule la longueur d'onde correspondante : $\lambda = \frac{c}{f}$. AN. $\lambda = \frac{3,00 \cdot 10^8}{5,3 \cdot 10^9} = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,7 \text{ cm}$.

Ce sont des ondes centimétriques, c'est-à-dire dans le domaine des micro-ondes.

30. Sur le document 6, on peut lire que pour une longueur d'onde de 5,7 cm, la transmission relative vaut 1.

Les ondes utilisées ne subissent aucune absorption par l'atmosphère terrestre.

31. L'onde effectue un aller-retour depuis l'altitude $h_{S1A} = 693 \text{ km}$ à la célérité c .

La durée demandée est donc : $\Delta t_{AR} = \frac{2 h_{S1A}}{c}$. AN. $\Delta t_{AR} = \frac{2 \times 693 \cdot 10^3}{3,00 \cdot 10^8} = 4,62 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4,62 \text{ ms}$.

La valeur obtenue est une approximative car l'altitude h_{S1A} dépend de la topologie du lieu à l'aplomb du satellite.

32. La résolution temporelle est la durée minimale détectable par le radar. Dans le cas présent, il faut pouvoir détecter une variation de 1 cm.

On a donc : $\Delta t_{Résol} = \frac{2 \Delta h}{c}$. AN. $\Delta t_{Résol} = \frac{2 \times 1 \cdot 10^{-2}}{3,00 \cdot 10^8} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ s} = 0,07 \text{ ns}$.

Cette valeur est très faible. Il va donc falloir utiliser une horloge atomique pour atteindre la résolution nécessaire.

33. Les lois de la réflexion de Descartes justifient que le satellite ne peut recevoir un signal pour une surface lisse que si cette dernière est rigoureusement perpendiculaire à l'onde. La distance entre le sol et le satellite étant très grande, il suffit d'une très faible inclinaison pour que le satellite ne reçoive plus rien.

On peut donc en conclure que pour une surface lisse, le satellite ne recevra aucun signal et que l'image d'amplitude sera bien sombre.

34. On nous donne l'expression mathématique de l'onde : $\Psi(x, t) = A(x) \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$.

On calcule : $\Psi(x + \lambda, t) = A(x + \lambda) \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x+\lambda}{\lambda} \right) \right] = A(x + \lambda) \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) - 2\pi \right]$.

Or l'énoncé nous indique que $A(x + \lambda) \simeq A(x)$.

De plus la fonction cosinus est périodique de période 2π .

D'où : $\Psi(x + \lambda, t) \simeq A(x) \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) \right] = \Psi(x, t)$.

La grandeur λ est donc bien la longueur d'onde de l'onde.

On réalise le calcul similaire pour le temps : $\Psi(x, t + T) = A(x) \cos \left[2\pi \left(f(t + T) - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$.

D'où : $\Psi(x, t + T) = A(x) \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) + 2\pi f T \right]$.

On retrouve bien $\Psi(x, t + T) = \Psi(x, t)$ si $f T = 1$, c'est-à-dire si $f = \frac{1}{T}$.

La grandeur $f = \frac{1}{T}$ est donc bien la fréquence du signal.

35. L'onde réfléchie s'écrit : $\Psi' = A'(x) \cos \left[2\pi \left(f't + \frac{x}{\lambda'} \right) + \Phi_0 \right]$.

À tout instant on a : $\Phi'(d, t) = \Phi(d, t)$, d'où : $2\pi \left(f't + \frac{d}{\lambda'} \right) + \Phi_0 = 2\pi \left(ft - \frac{d}{\lambda} \right)$.

Comme cette égalité est valable pour n'importe quel temps, on a égalité entre deux fonctions affines.

D'où : $2\pi f' = 2\pi f$ et $\frac{2\pi d}{\lambda'} + \Phi_0 = -\frac{2\pi d}{\lambda}$.

La première égalité permet d'écrire $f' = f$ et donc $\lambda' = \frac{c}{f'} = \frac{c}{f} = \lambda$.

La deuxième égalité permet alors d'écrire : $\Phi_0 = -\frac{4\pi d}{\lambda}$.

36. On calcule : $\Delta\Phi = \Phi'(0, t) - \Phi(0, t) = \Phi_0 = -\frac{4\pi d}{\lambda}$.

37. On réalise les trois applications numériques demandées.

- Pour $d = 2,85$ cm : $\Delta\Phi = -\frac{4\pi \times 2,85 \times 10^{-2}}{5,7 \cdot 10^{-2}} = -6,3 = 0,0 - 1 \times 2\pi$. La valeur enregistrée est donc 0,0.
- Pour $d = 5,6$ cm : $\Delta\Phi = -\frac{4\pi \times 5,6 \times 10^{-2}}{5,7 \cdot 10^{-2}} = -12,3 = 0,2 - 2 \times 2\pi$. La valeur enregistrée est donc 0,2.
- Pour $d = 6,9$ cm : $\Delta\Phi = -\frac{4\pi \times 6,9 \times 10^{-2}}{5,7 \cdot 10^{-2}} = -15,2 = 3,6 - 3 \times 2\pi$. La valeur enregistrée est donc 3,6.

38. La phase est donnée modulo 2π .

Au niveau des discontinuités, la phase est soit devenue plus grande que 2π ou plus petites que 0 et il a fallu soustraire ou ajouter 2π à la phase pour la ramener dans l'intervalle souhaité.

Ce sont ces ajouts ou retraits de 2π qui expliquent les discontinuités.

39. On reprend l'expression de la question 36 : $\Delta\Phi = -\frac{4\pi d}{\lambda}$.

Ce qui donne en valeur absolue : $d = \frac{\Delta\Phi \lambda}{4\pi}$.

En B, le déphasage mesuré est de 2π auquel il faut ajouter la discontinuité en A qui ajoute 2π .

On a donc : $\Delta\Phi(B) = 4\pi$ et donc : $d_B = \frac{4\pi \lambda}{4\pi} = \lambda = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,7 \text{ cm}$.

En C, le déphasage mesuré est de $\frac{\pi}{2}$ auquel il faut ajouter les trois discontinuités entre A et C qui ajoutent 6π .

On a donc : $\Delta\Phi(C) = \frac{13\pi}{2}$ et donc : $d_C = \frac{13\pi \lambda}{8\pi} = \frac{13\lambda}{8} = \frac{13 \times 5,7 \cdot 10^{-2}}{8} = 9,3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 9,3 \text{ cm}$.

En D, le déphasage mesuré est de $\frac{\pi}{4}$ auquel il faut ajouter les trois premières discontinuités et retrancher les deux suivantes.

On a donc : $\Delta\Phi(D) = \frac{\pi}{4} + 6\pi - 4\pi = \frac{9\pi}{4}$ et donc : $d_D = \frac{9\pi \lambda}{8\pi} = \frac{9\lambda}{8} = \frac{9 \times 5,7 \cdot 10^{-2}}{8} = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 6,4 \text{ cm}$.

40. Pour une diminution uniforme de l'altitude il y a un déphasage uniforme, c'est-à-dire une figure uniforme.

Pour $d = 1\text{cm}$, on calcule : $\Delta\Phi = -\frac{4\pi d}{\lambda} = -\frac{4\pi \times 1 \cdot 10^{-2}}{5,7 \cdot 10^{-2}} = -2,2 = -0,70\pi$.

D'où en utilisant le modulo 2π pour se remettre dans le bon intervalle : $\Delta\Phi = -0,70\pi + 2\pi = 1,3\pi$.

Ce déphasage correspond à une figure uniformément violette.

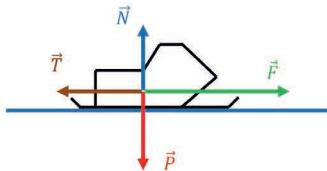
41. Cette méthode permet d'avoir une précision de l'ordre du millimètre. C'est donc une méthode très sensible.

Partie V – Déplacement en motoneige sur les inlandsis

42. On réalise un schéma de la situation.

La motoneige est soumise à quatre forces.

- Le poids \vec{P} de norme $P = Mg$;
- la traction \vec{F} de norme $F = F_0 - bv$;
- la réaction normale \vec{N} de norme N ;
- la réaction tangentielle \vec{T} de norme T .



La motoneige peu démarrer si la traction est supérieure à la réaction tangentielle qui s'y oppose. Il faut donc $F > T$.

Or à la limite du démarrage, on est également à la limite du glissement. D'où : $F = T$; $T = f_s N$ et $v = 0$.

Ce qui donne au final : $F_0 = f_s N$.

Comme il n'y a pas de mouvement selon la verticale, les forces se compensent selon cet axe, et donc : $N = Mg$.

Finalement : $F_0 = f_s Mg$. AN. $F_0 = 8,0 \cdot 10^{-2} \times 1,0 \cdot 10^3 \times 9,81 = 7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$.

43. On applique le principe fondamental de la dynamique à la motoneige que l'on projette sur l'axe horizontal.

On a donc : $M \frac{dv}{dt} = +F - T = F_0 - bv - f_d N = F_0 - bv - f_d Mg$.

On reconnaît une équation différentielle d'ordre 1 que l'on peut écrire sous forme canonique : $\frac{dv}{dt} + \frac{b}{M} v = \frac{F_0}{M} - f_d g$.

On identifie alors la constante de temps de l'équation différentielle : $\tau = \frac{M}{b}$.

Il faut 3τ pour atteindre 95% du régime établi, ce qui donne $t_1 = 3\tau = \frac{3M}{b}$.

Finalement : $b = \frac{3M}{t_1}$. AN. $b = \frac{3 \times 1,0 \cdot 10^3}{5,0} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

44. Lorsque la vitesse est constante, on peut appliquer le principe d'inertie à la motoneige et les forces qui s'y appliquent se compensent.

On a donc : $F = T$. D'où : $F_0 - bv_0 = f_d Mg$.

Finalement : $F_0 = bv_0 + f_d Mg$. AN. $F_0 = 6,0 \cdot 10^2 \times 9,0 + 5,0 \cdot 10^{-2} \times 1,0 \cdot 10^3 \times 9,81 = 5,9 \cdot 10^3 \text{ N}$.

45. La puissance déployée par le moteur se calcule : $P = Fv = F_0 v - bv^2$.

On détermine la puissance maximale en réalisant la dérivée de cette fonction : $\frac{dP}{dv} = F_0 - 2bv$.

On a un maximum de puissance lorsque la dérivée est nulle : $\frac{dP}{dv} = 0$, c'est-à-dire lorsque : $v = \frac{F_0}{2b}$.

La puissance maximale est alors : $P_{\max} = F_0 \cdot \frac{F_0}{2b} - b \cdot \left(\frac{F_0}{2b}\right)^2 = \frac{F_0^2}{4b}$. AN. $P_{\max} = \frac{(5,9 \cdot 10^3)^2}{4 \times 6,0 \cdot 10^2} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ W} = 15 \text{ kW}$.

46. On utilise la conversion fournie dans les données : 1,00 Hp = 746 W.

D'où : $P_{\max} = \frac{15 \cdot 10^3}{746} = 20 \text{ Hp}$.

Les moteurs équipant couramment les motoneiges ont des puissances largement supérieures à la puissance nécessaire pour avoir la vitesse proposée.

Partie VI – Évolution au cours du temps de la température à la surface des inlandis

VI.1) Principe de la mesure de température avec un thermistor

47. On a le circuit électrique équivalent suivant.

La loi des mailles permet d'écrire : $E = U_1 + U$.

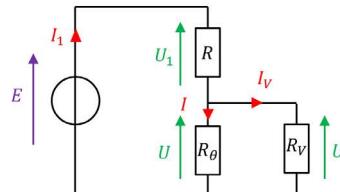
La loi des nœuds permet d'écrire : $I_1 = I + I_V$.

La loi d'Ohm permet d'écrire : $U_1 = RI_1$; $U = R_\theta I$ et $U = R_V I_V$.

$$\text{D'où : } \frac{U_1}{R} = \frac{U}{R_\theta} + \frac{U}{R_V} = \frac{R_\theta + R_V}{R_\theta R_V} \cdot U.$$

$$\text{D'où : } E = \frac{R_\theta + R_V}{R_\theta R_V} \cdot RU + U = \frac{RR_\theta + RR_V + R_\theta R_V}{R_\theta R_V} \cdot U.$$

$$\text{D'où finalement : } U = \frac{R_\theta R_V}{RR_\theta + RR_V + R_\theta R_V} \cdot E.$$



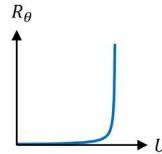
48. Si la résistance R_V est très grande devant R_θ , on a alors : $RR_\theta + RR_V + R_\theta R_V \simeq RR_V + R_\theta R_V$.

$$\text{D'où : } U \simeq \frac{R_\theta R_V}{RR_V + R_\theta R_V} \cdot E = \frac{R_\theta}{R + R_\theta} \cdot E. \text{ D'où : } (R + R_\theta) \cdot U = R_\theta E.$$

$$\text{Et finalement l'expression demandée : } R_\theta = \frac{U}{E-U} R.$$

L'intérêt expérimental de se placer dans cette condition est de pouvoir négliger le courant I_V et de pouvoir considérer que les résistances R et R_θ sont en série.

On trace l'allure de la fonction $R_\theta = f(U)$.



49. Si $R_\theta \gg R$ alors $\frac{U}{E-U} \gg 1$ et $U \simeq E$.

Si $R_\theta \ll R$ alors $\frac{U}{E-U} \ll 1$ et $U \simeq 0$.

Si $R_\theta \simeq R$ alors $\frac{U}{E-U} \simeq 1$ et $U \simeq \frac{E}{2}$.

On a intérêt à se placer expérimentalement dans le cas $R_\theta \simeq R$, cela permet d'avoir accès simplement à R_θ par une mesure de la résistance R .

50. Il ne faut pas prendre une valeur de E trop élevée car dans ce cas le courant est plus important et l'effet Joule va augmenter la température de la thermistance et fausser les mesures.

Il ne faut pas non plus prendre une valeur de E trop faible car il faut que E reste supérieure à la précision minimale du voltmètre.

51. On mesure : $E = 1,0512 \text{ V}$; $R = 46,90 \text{ k}\Omega$ et $U = 0,7463 \text{ V}$.

On utilise la formule $R_\theta = \frac{U}{E-U} R$ déterminer à la question 48.

$$\text{AN. } R_\theta = \frac{0,7463}{1,0512 - 0,7463} \times 46,90 = 114,8 \text{ k}\Omega.$$

En réalisant une lecture sur le graphique du document 12, on détermine que la température correspondant à cette résistance est de $-30,4^\circ\text{C}$.

52. On écrit le script demandé, permettant d'estimer l'incertitude-type $u(R_\theta)$.

```
import numpy as np
import numpy.random as rd

# valeurs centrales des intervalles
E = 1.0512
R = 46.90E3
U = 0.7463

# precisions
u_E = 0.3E-3
u_R = 4E1
u_U = 0.3E-3

# nombre de tirages
N = 10000

# definition de la fonction R_theta
def R_theta(E,R,U):
    return U*R/(U-E)

# initialisation du tableau pour R_theta
tab_R_theta = []

# definition des tableaux contenant N valeurs
# tirees aleatoirement dans leur intervalle
tab_E = rd.uniform(E-u_E,E+u_E,N)
tab_R = rd.uniform(R-u_R,R+u_R,N)
tab_U = rd.uniform(U-u_U,U+u_U,N)

# calcul des valeurs de R_theta
for i in range(N):
    tab_R_theta.append(R_theta(tab_E[i],tab_R[i],tab_U[i]))

# affichage de l'incertitude-type estimee par la simulation
print('u(R_theta)=', np.std(tab_R_theta, ddof=1))
```

En faisant tourner ce script on retrouve bien la valeur annoncée : $u(R_\theta) = 1,3 \cdot 10^2 \Omega$.

53. On détermine graphiquement la pente de la fonction affine $R_\theta = f(T)$.

$$\text{On trouve : } p = \frac{124 \cdot 10^3 - 102 \cdot 10^3}{-32,0 - (-28,0)} = -5,50 \cdot 10^3 \Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

De plus une variation de température de $u(T)$ entraîne une variation de la résistance de $u(R_\theta)$. D'où : $|p| = \frac{u(R_\theta)}{u(T)}$.

$$\text{D'où finalement : } u(T) = \frac{u(R_\theta)}{|p|}. \quad \text{AN. } u(T) = \frac{1,3 \cdot 10^2}{+5,50 \cdot 10^3} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C.}$$

VI.2) Analyse des profils de température

54. Par définition la résistance thermique est le rapport de l'écart de température sur le flux thermique associé.

On a donc : $R_{th} = \frac{T(c) - T(0)}{\Phi}$.

Dans le cas d'un pavé, la résistance thermique s'écrit : $R_{th} = \frac{c}{\lambda ab}$.

55. Plus la conductivité thermique d'un matériau est faible, plus sa résistance thermique est élevée, et ainsi plus le flux thermique est faible. Lorsque le flux thermique est faible, moins d'énergie peut traverser le matériau et plus ce dernier est un bon isolant thermique.

56. On remarque sur le document 14 que plus la neige est tassée et plus sa conductivité thermique est élevée. Moins la neige est tassée plus elle contient d'air. L'air contenu dans la neige diminue sa conductivité thermique et en fait donc un bien meilleur isolant thermique que l'eau liquide ou la glace d'eau pure.

La laine de verre contient également de l'air, ce qui en fait un bon isolant thermique.

57. Une masse d'air est soumise à son poids et à la poussée d'Archimède. De l'air froid est plus dense que de l'air chaud. Ainsi une masse d'air froid garde la même masse alors que sa poussée d'Archimède augmente.

Ainsi on pourrait bien objecter que l'air froid peut tomber au fond du puits de forage.

58. On remarque sur le document 15 que l'écart de température entre les années 2008 et 2009 et d'autant moins importante que l'on se situe en profondeur et elle est relativement uniforme sur la moitié basse du forage.

Si l'air froid était tombé au fond du puits de forage, alors on aurait l'air le plus froid en profondeur et la température du fond du puits subirait une variation plus importante. Ce qui n'est pas le cas sur les deux graphiques fournis.

Partie VII – Datation de l'âge d'une carotte glaciaire

59. Deux noyaux sont des isotopes s'ils ont le même numéro atomique mais pas le même nombre de masse.

Un noyau d'atome d'oxygène-18 se note ^{18}O est constitué de 8 protons et de $18 - 8 = 10$ neutrons.

Un noyau d'atome d'oxygène-16 se note ^{16}O est constitué de 8 protons et de $16 - 8 = 8$ neutrons.

Il y a donc un écart de deux neutrons entre le noyau de l'atome d'oxygène-18 et celui d'oxygène-16.

60. Les variations sur le document 17 correspondent aux hivers pour les minimas et aux étés pour les maximas.

En partant de l'indication de 1980 qui correspond à un hiver, on compte 8 autres minimas, ce qui amène à l'année 1971.

La point A se situe entre un maximum et un minimum, donc entre l'été et l'hiver.

Le point A correspond donc à l'automne 1971.

61. On lit sur le graphique du document 17 la variation $\delta^{18}\text{O}$ du taux d'oxygène-18 que l'on reporte ensuite sur le graphique du document 16 après en avoir réalisé une régression linéaire.

Pour l'été 1980 on mesure $\delta^{18}\text{O} = -3,3\%$ et on en déduit $T = -29,0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Pour l'hiver 1980 on mesure $\delta^{18}\text{O} = -4,0\%$ et on en déduit $T = -38,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Pour l'automne 1971 on mesure $\delta^{18}\text{O} = -3,6\%$ et on en déduit $T = -33,0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

62. La force électrostatique s'écrit : $\vec{F} = e \vec{E}$.

\vec{F} et \vec{E} étant de même sens, il faut que \vec{E} soit orienté selon les x croissants pour que l'ion soit accéléré dans le même sens.

63. On applique le principe fondamental de la dynamique à l'ion en négligeant le poids.

On a alors : $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} = e \vec{E}$. On obtient alors : $\vec{v}(t) = \frac{e\vec{E}}{m} t + \vec{v}_0 \simeq \frac{e\vec{E}}{m} t$.

En intégrant de nouveau, on obtient : $x(t) = \frac{eE}{2m} t^2 + 0$.

L'ion est accéléré entre les points J et K puis garde la même vitesse.

L'ion arrive en L avec la même vitesse qu'en K à l'abscisse $x = d$: $d = \frac{eE}{2m} t_K^2$. D'où : $t_K = \sqrt{\frac{2md}{eE}}$.

Et donc au final : $\vec{v} = \vec{v}(t_K) = \frac{e\vec{E}}{m} \sqrt{\frac{2md}{eE}} \vec{e}_x$ où \vec{e}_x est le vecteur unitaire de l'axe x .

64. Le document 18 indique que la trajectoire des ions dans la chambre de déviation est circulaire.

On a alors l'accélération dans la base de Frenet : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$.

Le champ \vec{B} est selon \vec{u} et \vec{v} est selon \vec{t} .

Ainsi la force de Lorentz se calcule : $\vec{f} = e\vec{v} \wedge \vec{B} = ev\vec{t} \wedge B\vec{u} = evB\vec{n}$.

La deuxième loi de Newton s'écrit alors : $m \left(\frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t} \right) = evB\vec{n}$.

Selon l'axe \vec{t} , on obtient : $\frac{dv}{dt} = 0$. La norme de la vitesse v de l'ion est donc constante.

Selon l'axe \vec{n} , on obtient : $m \frac{v^2}{R} = evB$. D'où le rayon de la trajectoire : $R = \frac{mv}{eB}$.

65. En combinant les expressions $v = \sqrt{\frac{2eEd}{m}}$ et $R = \frac{mv}{evB}$, on obtient : $R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mEd}{e}}$.

On détermine la masse d'une molécule par la formule : $m^* = \frac{M}{N_A}$.

▪ Pour l'ion CO_2^+ , on a : $m^* = \frac{1 \times 12,0 \cdot 10^{-3} + 2 \times 16,0 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 7,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

On peut alors calculer le rayon : $R = \frac{1}{0,450} \times \sqrt{\frac{2 \times 7,31 \cdot 10^{-26} \times 10,0 \cdot 10^3}{1,60 \cdot 10^{-19}}} = 0,212 \text{ m} = 21,2 \text{ cm}$.

▪ Pour l'ion $\text{C}^{18}\text{O}^{16}\text{O}^+$, on a : $m^* = \frac{1 \times 12,0 \cdot 10^{-3} + 1 \times 18,0 \cdot 10^{-3} + 1 \times 16,0 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 7,48 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

On peut alors calculer le rayon : $R = \frac{1}{0,450} \times \sqrt{\frac{2 \times 7,48 \cdot 10^{-26} \times 10,0 \cdot 10^3}{1,60 \cdot 10^{-19}}} = 0,215 \text{ m} = 21,5 \text{ cm}$.

66. Le collecteur se trouve diamétralement opposé à l'ouverture L, il faut donc le placer à la distance $2R$.

Le collecteur pour les ions CO_2^+ doit se trouver à 42,4 cm de l'ouverture L.

Le collecteur pour les ions $\text{C}^{18}\text{O}^{16}\text{O}^+$ doit se trouver à 43,0 cm de l'ouverture L.

67. La variation du taux d'oxygène-18 se calcule : $\delta^{18}\text{O} = 100 \times \left(\frac{\frac{N_{18}}{N_{18}+N_{16}}}{R_0} - 1 \right) = 100 \times \left(\frac{\frac{1}{1+\frac{N_{16}}{N_{18}}}}{R_0} - 1 \right)$.

$$\text{AN. } \delta^{18}\text{O} = 100 \times \left(\frac{\frac{1}{1+512,1}}{2,005 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) = -2,80 \text{ \%}.$$

On reporte cette valeur sur le graphique du document 18 pour lire la température recherchée.

On lit alors $T = -21,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

68. Les quatre zones grisées sur les graphes correspondent à des augmentations rapides de la température.

On remarque que pour les deux zones anciennes (a) et (b) l'augmentation de la température s'accompagne d'une accumulation importante de neige.

Alors que pour les deux zones récentes (c) et (d) l'augmentation de la température ne s'accompagne pas d'une accumulation de neige. C'est en cela qu'elles ont une nature différente.

69. Lors des phases de réchauffement il y a davantage d'évaporation d'eau en été et ainsi d'avantage de précipitations neigeuses en hiver. D'où l'augmentation de l'épaisseur des couches annuelles de neige.

FIN DE LA CORRECTION